Dan ZAHARIA
Maria ZAHARIA
Sorin PELIGRAD

matematică
aritmetică
algebră
geometrie

clasa a V-a
partea a II-a
ediția a XIV-a

mate 2000 – consolidare

Cuprins

Unitatea 1. Fracţii zecimale

PE-PP 1. Scrierea fracţiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracţii zecimale. Transformarea unei fracţii zecimale, cu un număr finit de zecimale nenule, într-o fracţie ordinară

FRACŢIE ORDINARĂ

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{2}, \frac{5}{7}$ sunt exemple de fracții ordinare.

Orice **fracție ordinară** se scrie sub forma $\frac{m}{n}$, unde $m, n \in \mathbb{N}$ și $n \neq 0$. Numărul n este **numitorul fracției** și arată că întregul a fost împărțit în n părți egale. O parte dintre cele n părți egale se numește **unitate fracționară**. Numărul m este **numărătorul fracției** și arată câte unități fracționare s-au luat.

FRACŢIE ZECIMALĂ

În practică cele mai întâlnite unități fracționare sunt: **zecimea**, **sutimea**, **miimea**, **zecimea de miime**, **sutimea de miime**, **milionimea**. Să le definim:

- dacă împărțim un întreg în 10 părți egale, atunci o parte este o **zecime** și este reprezentată de fracția ordinară $\frac{1}{10}$;
- dacă împărțim un întreg în 100 de părți egale, atunci o parte este o **sutime** și este reprezentată de fracția ordinară $\frac{1}{100}$.

La fel se definesc **miimea**, **zecimea de miime**, **sutimea de miime**, **milionimea**.

Exemplu: Să considerăm o bară de metal cu lungimea de un metru. Împărțim bara în 10 părți egale, apoi în 100 de părți egale și apoi în 1000 de părți egale.

- o zecime din bară va avea lungimea de 1 dm: $\frac{1}{10}\text{m} = 1\text{ dm}$;
- o sutime din bară va avea lungimea de 1 cm: $\frac{1}{100}\text{m} = 1\text{ cm}$;
- o miime din bară va avea lungimea de 1 mm: $\frac{1}{1000}\text{m} = 1\text{ mm}$.

Să considerăm acum o bară cu lungimea de 12 m 5 dm 7 cm și 9 mm. Să exprimăm lungimea barei în metri:

$$\textbf{lungimea} = 12\text{ m} + \frac{5}{10}\text{m} + \frac{7}{100}\text{m} + \frac{9}{1000}\text{m} = \left(12 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{9}{1000}\right)\text{m}.$$

În practică $12 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{9}{1000}$ se scrie foarte simplu astfel: 12,579 (citim „doisprezece virgulă cinci sute șapte zeci și nouă”, respectiv „12 întregi 5 zecimi 7 sutimi 9 miimi”) și spunem că este o **fracție zecimală**.

O **fracție zecimală** este formată din **partea întreagă** și **partea zecimală**, despărțite prin virgulă. Prima cifră din stânga virgulei este cifra **unităților**, a doua cifră este cifra **zecilor**, a treia este cifra **sutelor**, apoi urmează cifra **miilor**, **zecilor de mii**, **sutelor de mii**, **milioanelor** ș.a.m.d. În dreapta virgulei prima cifră este cifra **zecimilor**, a doua cifră este cifra **sutimilor**, a treia cifră este cifra **miimilor**, apoi urmează cifra **zecimilor de miimi**, cifra **sutimilor de miimi**, cifra **milionimilor** ș.a.m.d.

Exemple de fracţii zecimale: 2571,87379; 0,5; 1,0012; 41,127 etc.

Pentru fracția zecimală 2571,87379 **partea întreagă** este numărul 2571, iar **partea zecimală** este 0,87379.

Pentru fracția zecimală 0,5 **partea întreagă** este numărul 0, iar **partea zecimală** este 0,5.

Pentru fracția zecimală 1,0012 **partea întreagă** este numărul 1, iar **partea zecimală** este 0,0012.

Pentru fracția zecimală 41,127 **partea întreagă** este 41, iar **partea zecimală** este 0,127.

TRANSFORMAREA UNEI FRACŢII ZECIMALE, CU UN NUMĂR FINIT DE ZECIMALE NENULE, ÎNTR-O FRACŢIE ORDINARĂ

Să transformăm fracția zecimală 12,579 în fracție ordinară. Vom ține cont de egalitatea: $12,579 = 12 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{9}{1000}$, de faptul că $12 = \frac{12}{1}$ și de egalitățile de fracții ordinare: $\frac{12}{1} = \frac{12000}{1000}$; $\frac{5}{10} = \frac{500}{1000}$; $\frac{7}{100} = \frac{70}{1000}$.

Deci: $12,579 = \frac{12000}{1000} + \frac{500}{1000} + \frac{70}{1000} + \frac{9}{1000} = \frac{12579}{1000}$.

Prin urmare: $12,579 = \frac{12579}{1000} = \frac{12579}{10^3}$.

Reţinem!

Orice fracție zecimală finită (care are un număr finit de zecimale) poate fi scrisă ca o fracție ordinară având numărătorul egal cu numărul obținut prin eliminarea virgulei și numitorul o putere a lui zece cu exponentul egal cu numărul de zecimale.

Exemple: a) $7,0 = \frac{^{(10}70}{10} = \frac{7}{1} = 7$; $7,00 = \frac{700}{10^2} = \frac{^{(100}700}{100} = \frac{7}{1} = 7$.

În acest fel rezultă: $7 = 7,0 = 7,00 = 7,000 = ... = 7,00...0$;

b) $0,1 = \frac{1}{10}$; $0,01 = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$; $0,001 = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$;

c) $2,01 = \frac{201}{10^2} = \frac{201}{100}$; $0,003 = \frac{3}{10^3} = \frac{3}{1000}$; $7,021 = \frac{7021}{10^3} = \frac{7021}{1000}$.

SCRIEREA FRACŢIILOR ORDINARE CU NUMITORI PUTERI ALE LUI 10 SUB FORMĂ DE FRACŢII ZECIMALE

Orice fracție ordinară al cărei numitor se poate descompune într-un produs de puteri ale lui 2 sau ale lui 5 sau ale lui 2 și 5 poate fi scrisă ca o fracție zecimală.

Exemple: a) $\frac{17}{20}=\frac{^{5)}17}{2^2\cdot 5}=\frac{17\cdot 5}{(2\cdot 5)^2}=\frac{85}{10^2}=0,85$;

b) $\frac{11}{25}=\frac{^{2^2)}11}{5^2}=\frac{11\cdot 2^2}{5^2\cdot 2^2}=\frac{44}{(2\cdot 5)^2}=\frac{44}{10^2}=0,44$;

c) $\frac{37}{4}=\frac{^{5^2)}37}{2^2}=\frac{37\cdot 25}{2^2\cdot 5^2}=\frac{925}{(2\cdot 5)^2}=\frac{925}{10^2}=9,25$;

d) $\frac{91}{40}=\frac{^{5^2)}91}{2^3\cdot 5}=\frac{91\cdot 5^2}{2^3\cdot 5^3}=\frac{91\cdot 25}{(2\cdot 5)^3}=\frac{2275}{10^3}=2,275$.

Observaţii:

1. Dacă numitorul unei fracții ordinare conține în descompunere și alți factori primi diferiți de 2 și 5, atunci acea fracție nu se poate scrie ca o fracție zecimală finită.

Exemple: Fracțiile ordinare $\frac{2}{3}$; $\frac{17}{6}$; $\frac{11}{7}$; $\frac{4}{15}$ nu pot fi scrise ca fracții zecimale finite.

2. Fracția $\frac{5}{10}=0,5$ **se citește** *cinci zecimi* sau *zero virgulă cinci* sau *zero întregi și cinci zecimi*.

Fracția $\frac{123}{10}=12,3$ **se citește** *123 zecimi* sau *12 întregi și 3 zecimi* sau *12 virgulă 3*.

Fracția $\frac{21873}{1000}=21,873$ **se citește** *21873 miimi* sau *21 întregi și 873 miimi* sau *21 întregi 8 zecimi 7 sutimi 3 miimi* sau *21 virgulă 873*.

3. Se pot scrie oricâte zerouri la dreapta unei fracții zecimale, fără ca valoarea fracției să se schimbe.

Exemplu: 2,17 = 2,170 = 2,1700 = 2,1700…

4. Dacă toate cifrele părții zecimale sunt nule, atunci nici zerourile părții zecimale și nici virgula nu se mai scriu.

Exemplu: 21,00 = 21; 42,000 = 42.

5. Trebuie făcută distincție între ***cifra*** *zecimilor*, *sutimilor*, *miimilor* și ***numărul*** *zecimilor*, *sutimilor*, *miimilor*.

Exemplu: În fracția zecimală 3,25, ***cifra*** *zecimilor* este 2, ***cifra*** *sutimilor* este 5, ***numărul*** *zecimilor* este 32, ***numărul*** *sutimilor* este 325.

6. Dacă două *fracții zecimale sunt echivalente* atunci ele se exprimă prin aceeași *fracție zecimală*.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Scrieți câte trei *fracții ordinare* pentru care *unitatea fracționară* este:

a) doimea; b) treimea; c) pătrimea;
d) cincimea; e) zecimea; f) sutimea;
g) miimea; h) zecimea de miime; i) sutimea de miime.

12. În tabelul de mai jos scrieți numerele: 5,24; 319,102; 25; 12,324; 0,5; 0,31; 14,107 după model:

Partea întreagă			Partea zecimală		
sute	zeci	unități	zecimi	sutimi	miimi
		5	2	4	

13. Scrieți sub formă de fracție zecimală:

a) 43 întregi și 12 sutimi; b) 10 întregi și 3 miimi; c) 4 sutimi;
d) 123 întregi și 237 miimi; e) 937 miimi; f) 49 zecimi.

14. Scrieți sub formă de fracție zecimală:

a) 2 m și 47 mm; 5 m și 4 cm; 123 cm; 5 mm;

b) 4 ℓ și 59 cl; 6 ℓ și 4 cl; 17 dl; 8 cl; 123 ml;

c) 5 g și 50 mg; 14 g și 4 cg; 147 mg; 1 kg și 4 mg.

15. Scrieți fracțiile cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale:

a) $\frac{4}{10}$; $\frac{17}{10}$; $\frac{143}{10}$; $\frac{2003}{10}$; $\frac{10}{10}$; $\frac{50001}{10}$;

b) $\frac{3}{100}$; $\frac{47}{100}$; $\frac{435}{100}$; $\frac{123}{10^2}$; $\frac{1475}{10^2}$; $\frac{7}{10^2}$;

c) $\frac{7}{1000}$; $\frac{54}{10^3}$; $\frac{147}{10^4}$; $\frac{1437}{1000}$; $\frac{5}{10^5}$; $\frac{43}{10000}$.

16. Se dau următoarele fracții zecimale:

11; 2,5; 5,25; 43,75; 125,125.

a) Scrieți fracțiile sub formă de fracții ordinare.
b) Scrieți părțile întregi ale acestor fracții zecimale.
c) Scrieți părțile zecimale ale acestor fracții zecimale.

17. a) Scrieți sub formă de fracție zecimală, fracțiile ordinare: $\frac{137}{10}$; $\frac{526}{100}$, $\frac{789}{1000}$, $\frac{11}{1000}$.

b) Scrieți sub formă de fracție ordinară, fracțiile zecimale: 41,05; 12,837; 0,03; 4,007.

La exercițiile 18-21 încercuiți răspunsul corect.

18. Numărul zecimilor numărului 7,19 este:

A. 7; B. 719; C. 71; D. 1.

19. Scrierea corectă a numărului „5 întregi 24 sutimi și 7 zecimi de miimi” este:

A. 5,247; B. 7,47; C. 5,0247; D. 5,2407.

20. Cifra sutimilor numărului 431,5207 este:

A. 5; B. 1; C. 2; D. 0.

21. Scrierea sub formă de fracție ordinară a fracției zecimale 1,75 este:

A. $\frac{35}{2}$; B. $\frac{7}{4}$; C. $\frac{7}{40}$; D. $\frac{35}{8}$.

Unitatea 2. Operaţii cu fracţii zecimale (1)

PE-PP 1. Adunarea fracţiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule

Suma a două fracții zecimale care au un număr finit de zecimale nenule se obține astfel: **se așază fracțiile una sub cealaltă astfel încât partea întreagă să fie sub partea întreagă, virgula sub virgulă, zecimile sub zecimi, sutimile sub sutimi ș.a.m.d. și apoi se însumează după regulile de adunare de la numerele naturale, iar virgula se coboară la rezultat.**

Exemple:

1. $367,21+17,14=?$

$$\begin{array}{r} 367,21\ + \\ 17,14 \\ \hline 384,35 \end{array}$$

$\Rightarrow 367,21 + 17,14 = 384,35.$

2. $405,3+27,94=?$

$$\begin{array}{r} 405,30\ + \\ 27,94 \\ \hline 433,24 \end{array}$$

$\Rightarrow 405,3 + 27,94 = 433,24.$

Reţinem!

În scrierea $a + b = s$, unde a, b, s sunt fracții zecimale, s este **suma fracțiilor zecimale**, iar a și b sunt **termenii sumei**.

Operația prin care se obține suma a două fracții zecimale se numește **adunarea fracțiilor zecimale**.

Adunarea fracțiilor zecimale este **comutativă** și **asociativă**, iar 0 este **element neutru** la adunare.

Astfel, dacă a, b, c sunt fracții zecimale oarecare, atunci:

$a + b = b + a$; $(a + b) + c = a + (b + c)$; $a + 0 = 0 + a = a$.

Observaţii:

a) Dacă unul dintre termenii adunării are mai puține zecimale decât celălalt, adăugăm zerouri la finalul părții zecimale, astfel încât ambii termeni să aibă același număr de zecimale. Efectuăm adunarea ca la numerele naturale, de la dreapta la stânga, și așezăm virgula la rezultat sub virgulele termenilor (exemplul 2 de mai sus).

b) Adunarea fracțiilor zecimale se poate efectua și astfel: se transformă fracțiile zecimale în fracții ordinare cu același numitor, se efectuează calculele cu fracții ordinare și apoi rezultatul se transformă în fracție zecimală.

Exemple: **1.** $5,3+17,9=\frac{53}{10}+\frac{179}{10}=\frac{232}{10}=23,2.$

2. $15,3+1,97={}^{10)}\frac{153}{10}+\frac{197}{100}=\frac{1530}{100}+\frac{197}{100}=\frac{1727}{100}=17,27.$

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Efectuați calculele:

a) $5,2 + 3,6$; b) $26,3 + 54,7$; c) $1,23 + 5,77$;
d) $31,24 + 413,2$; e) $47 + 43,5$; f) $124,53 + 41,47$.

2. Calculați:

a) 752 + 23,5; b) 118,25 + 45,75; c) 317 + 124,3;
d) 1325 + 831,41; e) 756,83 + 23,17; f) 398 + 152,4.

3. Efectuați operațiile de mai jos:

a) 7,5 + 4,22; b) 8,56 + 41,18; c) 4 + 5,7; d) 7,6 + 320;
e) 3,53 + 123; f) 4,52 + 7,215; g) 156,72 + 461,5; h) 0,24 + 37,13.

4. Calculați:

a) 24,01 + 1,1; b) 10,7 + 0,12 + 128,18;
c) 2,02 + 0,202 + 7,778; d) 1 + 2,5 + 0,17 + 11,003 + 0,327;
e) 1,001 + 171,11 + 16,879 + 111,01; f) 1911 + 4,75 + 71,9 + 12,35.

5. Efectuați operațiile de mai jos:

a) 1,41 + 3,44; b) 3,07 + 11,03; c) 3,7 + 4,85;
d) 4,721 + 0,869; e) 42,107 + 17,209; f) 89,515 + 11,065.

PE Aplicare și exersare **

6. Calculați:

a) 54 + 32,71 + 43,38 + 21,273 + 91,107 + 0,117 + 17,01 + 45,103;
b) 2,1145 + 2,03 + 2,003 + 9,996 + 8,778 + 143,5 + 1,435 + 0,1435;
c) 17 + 134,514 + 4,1 + 171,656 + 58,103 + 4,917 + 29,70 + 0,01.

7. Determinați aproximările prin lipsă și prin adaos cu o eroare mai mică decât o sutime pentru următoarele sume:

a) 52,102 + 27,205 + 18,310 + 36,278;
b) 10,134 + 92,001 + 71,12 + 34,508 + 43;
c) 6,4 + 8,2 + 0,369 + 2,072 + 11,0322 + 7,281.

8. Determinați rotunjirile până la cea mai apropiată sutime pentru sumele:

a) 12,380 + 20347,45 + 0,7 + 0,0135 + 0,023;
b) 456,81 + 172,54 + 0,131 + 537,07 + 7,03;
c) 93,34 + 121,565 + 100 + 2,734 + 7,154.

9. Efectuați calculele și determinați aproximarea prin adaos la sutimi a rezultatului obținut:

a) 24,103 + 15,073 + 0,14; b) 3,7 + 0,59 + 124,309;
c) 124,3 + 7 + 23,14 + 0,105; d) 10 + 101,43 + 14,507 + 17,29.

10. La un magazin erau 137,42 kg de portocale și s-au mai adus 62,58 kg de portocale. Calculați cantitatea de portocale din magazin.

11. La o cantină s-au adus 124,57 kg de cartofi, 7,33 kg de ceapă și 31 kg de morcovi. Precizați cantitatea de legume adusă la cantină.

PE Aprofundare și performanță ***

12. Determinați cifrele necunoscute din fiecare egalitate:

a) $\overline{x,y}+\overline{y,x}=5,5$; b) $\overline{x,0y}+\overline{0,xy}=2,26$;
c) $\overline{x,x}+\overline{xx,x}=36,6$; d) $\overline{x,y}+\overline{1x,y}=16,6$.

13. Determinați fracția zecimală cu 42,75 mai mare decât:

a) 54,57; b) 301,01; c) 0,3; d) 0,25; e) 1,29; f) $\frac{11}{10^0}$; g) $\frac{3}{10^3}$; h) $\frac{1475}{10^2}$.

PE-PP 3. Împărţirea unei fracţii zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul. Împărţirea a două fracţii zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

3.1. ÎMPĂRŢIREA UNEI FRACŢII ZECIMALE CU UN NUMĂR FINIT DE ZECIMALE NENULE LA 10, 100, 1000

Efectuăm împărțirile:

a) $21{,}3 : 10 = \frac{213}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{213}{100} = 2{,}13$ și $21{,}3 \cdot 0{,}1 = 2{,}13$;

b) $21{,}3 : 100 = \frac{213}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{213}{1000} = 0{,}213$ și $21{,}3 \cdot 0{,}01 = 0{,}213$;

c) $21{,}3 : 1000 = \frac{213}{10} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{213}{10000} = 0{,}0213$ și $21{,}3 \cdot 0{,}001 = 0{,}0213$.

Observaţie: A împărți o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule la o putere a lui 10, de exemplu 10^n, înseamnă a înmulți acea fracție cu $0,\underbrace{00...01}_{n \text{ cifre}}$.

Fracția obținută ca rezultat are aceleași cifre ca fracția inițială, doar că are cu n zecimale mai multe decât cea inițială.

Reţinem!

Pentru **a împărți o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule la o putere a lui 10**, se mută virgula de la dreapta spre stânga peste un număr de zecimale egal cu exponentul lui 10.

Dacă numărul zecimalelor fracției inițiale este mai mic decât exponentul lui 10, atunci se completează cu zerouri.

Exemple:

a) $537{,}21 : 10 = 537{,}21 : 10^1 = 53{,}721$;
b) $537{,}21 : 100 = 537{,}21 : 10^2 = 5{,}3721$;
c) $537{,}21 : 1000 = 537{,}21 : 10^3 = 0{,}53721$;
d) $537{,}21 : 100000 = 537{,}21 : 10^5 = 0{,}0053721$.

3.2. ÎMPĂRŢIREA UNEI FRACŢII ZECIMALE CU UN NUMĂR FINIT DE ZECIMALE NENULE LA UN NUMĂR NATURAL NENUL

Pentru a calcula:

a) $12{,}5 : 5$, putem considera că avem de calculat 125 de zecimi împărțit la 5 și obținem $125 : 5 = 25$ de zecimi, adică 2,5 și $12{,}5 : 5 = 2{,}5$;

b) $1{,}25 : 5$, putem considera că avem de calculat 125 de sutimi împărțit la 5 și obținem $125 : 5 = 25$ de sutimi, adică 0,25 și $1{,}25 : 5 = 0{,}25$;

c) $0{,}125 : 5$, putem considera că avem de calculat 125 de miimi împărțit la 5 și obținem $125 : 5 = 25$ de miimi, adică 0,025 și $0{,}125 : 5 = 0{,}025$.

Procedeul de împărțire a unei fracții zecimale la un număr natural nenul este asemănător celui de împărțire a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală.

Exemple:

1.

```
 7 1, 5 2 | 3
 6        | 2 3, 8 4
 1 1
   9
 = 2 5
   2 4
   = 1 2
     1 2
     = =
```

$71{,}52 : 3 = 23{,}84$;

2.

```
1 2 7, 5 0 0 | 4
1 2          | 3 1, 8 7 5
= = 7
    4
    3 5
    3 2
    = 3 0
      2 8
      = 2 0
        2 0
        = =
```

$127{,}5 : 4 = 31{,}875$.

Observaţii:

a) La exemplul al doilea am adăugat două zerouri la partea zecimală a deîmpărțitului, pentru a finaliza împărțirea.

b) La împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural putem obține o fracție zecimală finită sau o fracție zecimală periodică.

Reţinem!

Pentru **a împărți o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul**, se împarte mai întâi partea întreagă la numărul dat, se scrie virgula la cât și apoi se continuă împărțirea ca la numerele naturale, fără a se ține cont de virgula de la deîmpărțit, adăugând zerouri la deîmpărțit, dacă este necesar.

3.3. ÎMPĂRŢIREA A DOUĂ FRACŢII ZECIMALE CU UN NUMĂR FINIT DE ZECIMALE NENULE

Pentru a calcula:

a) $28{,}16 : 3{,}2$, înmulțim deîmpărțitul și împărțitorul cu o putere a lui 10, astfel încât împărțitorul să devină număr natural. În cazul nostru înmulțim deîmpărțitul și împărțitorul cu 10, adică mutăm virgula peste o cifră spre dreapta atât la deîmpărțit, cât și la împărțitor, și apoi efectuăm $281{,}6 : 32$, după regula învățată la împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul (exemplul 1).

b) $7{,}25 : 0{,}04$, înmulțim deîmpărțitul și împărțitorul cu o putere a lui 10, astfel încât împărțitorul să devină număr natural. În cazul nostru înmulțim deîmpărțitul și împărțitorul cu $10^2 = 100$, adică mutăm virgula peste două cifre spre dreapta atât la deîmpărțit, cât și la împărțitor, și apoi efectuăm $725 : 4$, după regula împărțirii a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală (exemplul 2).

Exemple:

1.

```
2 8 1, 6 | 3 2
2 5 6    | 8, 8
= 2 5 6
  2 5 6
  = = =
```

$28{,}16 : 3{,}2 = 281{,}6 : 32 = 8{,}8$;

2.

```
7 2 5, 0 0 | 4
4          | 1 8 1, 2 5
3 2
3 2
= = 5
    4
    1 0
      8
    = 2 0
      2 0
      = =
```

$7{,}25 : 0{,}04 = 725 : 4 = 181{,}25$.

Reţinem!

Pentru a împărți două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule, înmulțim ambele fracții zecimale cu 10^n, unde n este numărul de zecimale ale împărțitorului, după care împărțim numerele obținute conform regulilor învățate la împărțirea unui număr zecimal la un număr natural.

Calculăm:

a) $27{,}3 : 0{,}1 = 273 : 1 = 273 = 27{,}3 \cdot 10$;

b) $671{,}56 : 0{,}01 = 67156 : 1 = 67156 = 671{,}56 \cdot 100$;

c) $34{,}5182 : 0{,}001 = 34518{,}2 : 1 = 34518{,}2 = 34{,}5182 \cdot 1000$.

Observaţii:

a) A împărți o fracție zecimală la 0,1 sau la 0,01 sau la 0,001 este echivalent cu a înmulți fracția respectivă cu 10, 100, 1000.

b) Definirea împărțirii fracțiilor zecimale permite completarea regulilor de calcul cu puteri cu alte două reguli:

Reguli de calcul cu puteri:

1. *Împărțirea puterilor care au aceeași bază:*

$a^m : a^n = a^{m-n}$ (se scrie baza și se scad exponenții).

Exemplu: $(0{,}2)^7 : (0{,}2)^3 = (0{,}2)^{7-3} = (0{,}2)^4 = 0{,}0016$.

2. *Puterea unui cât:*

$(a : b)^m = a^m : b^m$ (se ridică la putere fiecare factor al câtului).

Exemplu: $(0{,}75 : 0{,}5)^2 = (0{,}75)^2 : (0{,}5)^2 = 0{,}5625 : 0{,}25 = 2{,}25$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Efectuați următoarele operații:

a) $15{,}4 : 10$; $7{,}125 : 10$; $123 : 10$;

b) $15{,}4 : 100$; $7{,}125 : 10^2$; $123 : 100$;

c) $15{,}4 : 10^3$; $7{,}125 : 1000$; $123 : 1000$.

2. Calculați cu două zecimale exacte și faceți proba:

a) 137 : 5; b) 147 : 12; c) 4125 : 6;

d) 715 : 7; e) 431 : 24; f) 2157 : 132.

3. Efectuați împărțirile de mai jos cu două zecimale exacte și faceți proba:

a) 210,52 : 72; b) 51,87 : 63; c) 7651 : 5;

d) 0,43 : 43; e) 857,16 : 24; f) 481,14 : 11.

4. Efectuați următoarele împărțiri cu trei zecimale exacte și faceți proba:

a) 435,42 : 31; b) 1549 : 25,3; c) 1700,34 : 7,1;

d) 45,7 : 1,29; e) 7517,3 : 0,97; f) 739,37 : 4,12.

5. Efectuați împărțirile ce urmează cu două zecimale și faceți proba:

a) 0,127 : 3,4; b) 2,97 : 0,12; c) 19,37 : 0,03;

d) 11,46 : 2,8; e) 43,17 : 34,1; f) 1,17 : 1,2.

PE-PP

6. Recapitulare şi sistematizare prin teste

✵ TESTUL 1 ✵

I. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

(0,5p) **1.** Numărul rațional pozitiv $\frac{75}{100}$ scris sub formă de fracție ordinară ireductibilă este egal cu ....

(0,5p) **2.** Orice fracție ordinară se poate scrie în mod unic ca fracție zecimală .... sau ca fracție zecimală .... sau ca fracție zecimală ....

(0,5p) **3.** Dacă numitorul unei fracții zecimale ireductibile se divide doar la puteri ale lui 2 sau la puteri ale lui 5 sau la puteri ale lui 2 și 5, atunci aceasta se scrie sub formă de fracție zecimală ....

II. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

(0,5p) **1.** Fracția ordinară ireductibilă care reprezintă numărul rațional 4,(27) este:

A. $\frac{45}{11}$; B. $\frac{47}{11}$; C. $\frac{37}{9}$; D. $\frac{77}{19}$.

(0,5p) **2.** Dacă media aritmetică a numerelor a și b este 20,5, media aritmetică a numerelor b și c este 40 și media aritmetică a numerelor a și c este 36,5, atunci media aritmetică a numerelor a, b și c este egală cu:

A. 32,(3); B. 33,(2); C. 32,5; D. 33,5.

(0,5p) **3.** Scrierea ca fracție zecimală a fracției ordinare $\frac{73}{6}$ este:

A. 12,(16); B. 12,16; C. 12,(6); D. 12,1(6).

III. Scrieți în căsuța alăturată litera A, dacă afirmația este adevărată, sau litera F, dacă afirmația este falsă.

(0,5p) **1.** Fracția ordinară $\frac{14}{35}$ se transformă în fracție zecimală finită. ☐

(0,5p) **2.** Între numerele raționale 3,1(3) și $\frac{23}{3}$ sunt 3 numere naturale. ☐

(0,5p) **3.** Există numere raționale care nu sunt numere naturale. ☐

IV. Uniți, prin săgeți, fiecare operație aflată în coloana din stânga cu rezultatul corespunzător aflat în coloana din dreapta.

A	B
(0,5p) **1.** $2{,}5 - 0{,}96 \cdot (3{,}5 - 0{,}375) : 1{,}2 =$	a) 0,9(6);
(0,5p) **2.** $\left[\left(\frac{5}{22}+\frac{2}{11}\right)\cdot\frac{11}{3}+\frac{11}{12}\right]:\frac{5}{2} =$	b) 0;
(0,5p) **3.** $1{,}(6) \cdot \left[\frac{5}{2}-\frac{15}{4}:4{,}1(6)\right] =$	c) 2,(6);
	d) 1,(3).

V. **Scrieți rezolvările complete.**

(1,5p) **1.** Determinați, în fiecare caz, numărul natural *n* pentru care fracțiile:

a) $\frac{n+1}{10}$ și $\frac{1}{2}$, b) $\frac{n}{27}$ și $\frac{3}{n}$, c) $\frac{5}{3}$ și $\frac{35}{n+19}$

reprezintă același număr rațional.

(1,5p) **2.** Scrieți:

a) trei numere raționale pozitive care nu sunt numere naturale;
b) trei numere raționale pozitive care să fie numere naturale;
c) numărul de $\frac{3}{7}$ ori mai mic decât numărul $[0,16 + 0,(16)] : 0,28 : 0,(02) - \frac{2}{7}$.

✹ TESTUL 2 ✹

I. **Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.**

(0,5p) **1.** Numărul rațional pozitiv $\frac{24}{72}$ scris sub formă de fracție zecimală este ....

(0,5p) **2.** Dacă înmulțim și deîmpărțitul, și împărțitorul cu același număr natural nenul, atunci rezultatul împărțirii ....

(0,5p) **3.** Dacă numitorul unei fracții ordinare ireductibile se divide cel puțin la unul din numerele 2 sau 5 și la cel puțin alt număr prim, atunci aceasta se scrie sub formă de fracție zecimală ....

II. **Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.**

(0,5p) **1.** Fracția ordinară ireductibilă care reprezintă numărul rațional 1,2(7) este:

A. $\frac{23}{19}$; B. $\frac{19}{17}$; C. $\frac{29}{23}$; D. $\frac{23}{18}$.

(0,5p) **2.** Se dă fracția zecimală 4,21(3). Suma primelor 100 de zecimale ale fracției este:

A. 295; B. 297; C. 299; D. 300.

(0,5p) **3.** Rezultatul calculului 40,5 : 4,5 este egal cu:

A. 3; B. 6; C. 9; D. 12.

III. **Scrieți în căsuța alăturată litera A, dacă afirmația este adevărată, sau litera F, dacă afirmația este falsă.**

(0,5p) **1.** Fracția ordinară $\frac{14}{49}$ se transformă în fracție zecimală periodică simplă. ☐

(0,5p) **2.** Două numere raționale sunt egale dacă și numai dacă fracțiile ordinare prin care se reprezintă sunt fracții echivalente. ☐

(0,5p) **3.** Orice număr rațional este număr natural. ☐

Unitatea 4. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor. Organizarea datelor

PE-PP 1. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracţii în care intervin şi unităţi de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp şi unităţi monetare

METODA REDUCERII LA UNITATE

Metoda reducerii la unitate se aplică problemelor în rezolvarea cărora trebuie să folosim o etapă intermediară în care aflăm cât valorează unitatea.

Problema 1. Mihai cumpără 7 creioane, pentru care plătește 12,60 lei. Cât ar fi plătit dacă ar fi cumpărat numai 3 creioane?

Rezolvare: Pentru un creion, Mihai plătește de 7 ori mai puțin, adică:

$$12,60 : 7 = 1,80 \text{ lei.}$$

Prin urmare, pentru 3 creioane va plăti de 3 ori mai mult, adică:

$$1,80 \cdot 3 = 5,40 \text{ lei.}$$

Observaţie: Rezolvarea poate fi redată astfel:

7 creioane .... 12,60 lei
1 creion .... 12,60 lei : 7 = 1,80 lei
3 creioane .... 1,80 lei · 3 = 5,40 lei

Problema 2. Trei robinete de același tip umplu un rezervor în 2 ore și 18 minute. În cât timp se umple rezervorul dacă sunt deschise numai două robinete de același tip?

Rezolvare: Dacă este deschis un singur robinet, timpul de umplere va fi de 3 ori mai mare, adică:

$$3 \cdot (2 \text{ ore și } 18 \text{ min}) = 6 \text{ ore și } 54 \text{ min.}$$

Dacă se deschid două robinete, timpul de umplere va fi de 2 ori mai mic, adică:

$$(6 \text{ ore și } 54 \text{ min}) : 2 = 3 \text{ ore și } 27 \text{ min.}$$

Observaţie: Rezolvarea poate fi redată astfel:

3 robinete .... 2 ore și 18 min
1 robinet .... 3 · (2 ore și 18 min) = 6 ore și 54 min
2 robinete .... (6 ore și 54 min) : 2 = 3 ore și 27 min

Reţinem!

Un aspect foarte important în aplicarea metodei este stabilirea dependenței între mărimi:

1. mărimile sunt direct proporționale, dacă mărimile cresc sau descresc, în același timp, de același număr de ori;

2. mărimile sunt invers proporționale, dacă o mărime crește și cealaltă descrește, în același timp, de același număr de ori.

Exemple:

1. Crește numărul de creioane cumpărate, crește suma pe care o plătește.
   Scade numărul de creioane, scade suma pe care o plătește.
2. Crește numărul de robinete, scade timpul de umplere a rezervorului.
   Scade numărul de robinete, crește timpul de umplere a rezervorului.

Nume ____ Clasa ___________

PE

Test de autoevaluare

• *Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.*

I. Completați pe fișa de evaluare spațiile punctate cu răspunsul corect. (2 puncte)

(0,5p) **1.** Dacă 3 caiete costă 13,5 lei, atunci un caiet costă ....lei.

(0,5p) **2.** Dacă două tractoare ară o suprafață de teren în 1,2 ore, atunci patru tractoare vor ara aceeași suprafață de teren în ....minute.

(0,5p) **3.** Diferența a două numere raționale pozitive este 18,7, iar suma lor este 50. Cel mai mare dintre numere este ....

(0,5p) **4.** Mihai și Alexandra au împreună 10 ani. În urmă cu un an, vârsta lui Mihai reprezenta o treime din vârsta Alexandrei. Peste 10 ani, Alexandra va avea ....ani.

II. Încercuiți pe fișă doar răspunsul corect, știind că numai unul dintre cele patru răspunsuri este corect. (2 puncte)

(0,5p) **1.** Mihai are 137,50 lei. Cheltuie o parte din bani și constată că mai are 87,50 lei. Mihai a cheltuit:

A. 50 lei; B. 225 lei; C. 112 lei; D. 115 lei.

(0,5p) **2.** Mihaela cumpără un creion și trei caiete și plătește 15,50 lei. Dacă Mihaela ar cumpăra două creioane și șase caiete, ea ar plăti:

A. 23,25 lei; B. 27 lei; C. 38,5 lei; D. 31 lei.

(0,5p) **3.** Pentru 3 garoafe, 3 lalele și 3 trandafiri se plătesc 34,50 lei. Dacă 2 garoafe împreună cu 2 lalele costă 12 lei, atunci 1 trandafir costă:

A. 6,5 lei; B. 5,5 lei; C. 7 lei; D. 5 lei.

(0,5p) **4.** Un kilogram de banane costă de trei ori mai mult decât un kilogram de mere. Alina cumpără un kilogram de banane și trei kilograme de mere. Dacă un kilogram de banane costă 7,50 lei, atunci Alina plătește pentru cumpărăturile făcute:

A. 17,50 lei; B. 12,50 lei; C. 15 lei; D. 22 lei.

III. Uniți prin săgeți fiecare enunț, aflat în coloana din stânga, cu răspunsul corespunzător, aflat în coloana din dreapta. (2 puncte)

	A	B
(0,5p)	a) Dacă $3 \cdot (x - 1,5) - 2,4 = 9,6$, atunci $x =$	1) 1,7;
(0,5p)	b) Dacă $(8,9 - 2 \cdot x) : 0,3 = 6$, atunci $x =$	2) 3,55;
(0,5p)	c) Dacă $\left[\frac{1}{2} + \left(x - \frac{4}{5}\right) : 3\right] \cdot 10 = 8$, atunci $x =$	3) 0,(3);
(0,5p)	d) Dacă $\frac{1}{2} + \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 1,5 = 0,75$, atunci $x =$	4) 5,5;
		5) 0,(6).

La problemele IV și V scrieți pe fișa de evaluare rezolvările complete. **(3 puncte)**

(1,5p) **IV.** Un floricultor a plantat pe un teren lalele astfel: pe 50% din teren a plantat lalele roșii, pe 0,(3) din rest a plantat lalele albe, pe $\frac{1}{4}$ din suprafața rămasă a plantat lalele roz, iar pe restul terenului de 942 m^2 a plantat lalele galbene. Calculați suprafața:

a) cultivată cu lalele roz;

b) cultivată cu lalele albe;

c) întregului teren.

(1,5p) **V.** Bunica Laviniei a cumpărat de la piață 20 de borcane cu suc de roșii, unele de 300 g și altele de 800 g. Aflați câte borcane au fost de 300 g, dacă în total a cumpărat 8,5 kg de suc de roșii.

Subiectul	I.1	I.2	I.3	I.4	II.1	II.2	II.3	II.4	III.	IV.	V.
Punctajul											
Nota											

FRACȚII ZECIMALE

1

TRANSFORMAREA DIN:
- FRACȚIE ORDINARĂ CU NUMITORUL PUTERE A LUI 10 ÎN FRACȚIE ZECIMALĂ
- FRACȚIE ZECIMALĂ FINITĂ ÎN FRACȚIE ORDINARĂ

2

- APROXIMĂRI
- COMPARAREA ȘI ORDONAREA
- REPREZENTAREA PE AXA NUMERELOR

3

- ADUNAREA FRACȚIILOR ZECIMALE FINITE
- SCĂDEREA FRACȚIILOR ZECIMALE FINITE
- ÎNMULȚIREA FRACȚIILOR ZECIMALE FINITE

4

ÎMPĂRȚIREA:
- A DOUĂ NUMERE NATURALE CU REZULTAT FRACȚIE ZECIMALĂ
- UNEI FRACȚII ZECIMALE FINITE LA UN NUMĂR NATURAL
- A DOUĂ FRACȚII ZECIMALE FINITE

5

TRANSFORMAREA UNEI:
- FRACȚII ORDINARE ÎNTR-O FRACȚIE ZECIMALĂ
- FRACȚII ZECIMALE PERIODICE ÎNTR-O FRACȚIE ORDINARĂ

6

- MEDIA ARITMETICĂ A DOUĂ SAU MAI MULTOR NUMERE NATURALE

7

- NUMĂR RAȚIONAL POZITIV
- ORDINEA EFECTUĂRII OPERAȚIILOR CU NUMERE RAȚIONALE POZITIVE

8

- METODE ARITMETICE PENTRU REZOLVAREA PROBLEMELOR CU FRACȚII ÎN CARE INTERVIN ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ PENTRU LUNGIME, ARIE, VOLUM, CAPACITATE, MASĂ, TIMP ȘI UNITĂȚI MONETARE

9

ORGANIZAREA DATELOR
- ORGANIZAREA ȘI COLECTAREA DATELOR STATISTICE; FRECVENȚĂ
- GRAFICE CU BARE; GRAFICE CU LINII; GRAFICE CIRCULARE
- MEDIA UNUI SET DE DATE STATISTICE

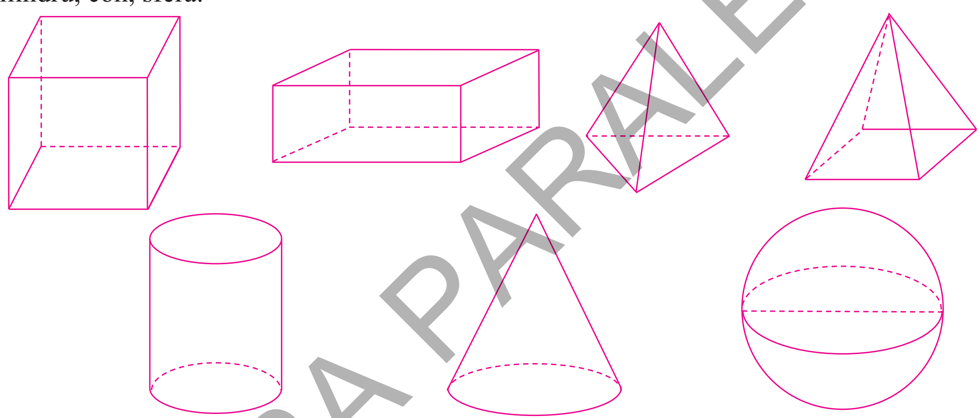
Unitatea 1. Noţiuni de bază

PE-PP 1. Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment (descriere, reprezentare, notaţii)

Geometria este una dintre cele mai vechi științe. Cuvântul „geometrie” este de origine greacă: *geo* = „pământ”; *metron* = „măsură”, deci ar însemna măsurarea pământului. Prin urmare, geometria a fost dezvoltată pentru a înțelege mai bine realitatea înconjurătoare.

Cele mai simple **noțiuni geometrice** sunt: punctul, dreapta și planul.

Principalul mijloc de reprezentare a noțiunilor geometrice pe foaia caietului sau pe tabla clasei în care învățăm este desenul. Se obțin în acest fel **figuri geometrice**. Instrumentele folosite pentru desenarea figurilor geometrice sunt: **rigla** (gradată și negradată), **compasul**, **echerul** și **raportorul**. De exemplu, figurile geometrice desenate mai jos reprezintă următoarele noțiuni geometrice: cub, paralelipiped dreptunghic, tetraedru, piramidă, cilindru, con, sferă.



Aceste noțiuni geometrice au în realitatea înconjurătoare câte un corespondent care este un obiect (corp) al spațiului fizic în care trăim.

În geometrie, **punctele se notează cu litere mari de tipar**: A, B, C, ..., **dreptele cu litere mici**: a, b, c, ..., iar **planele cu litere grecești**: α, β, γ, … .

Uneori aceste litere sunt afectate de câte un indice inferior (exemple: A_1, d_2, α_3, ...*) sau de câte un indice superior (exemple: A', d'', α'', ... †).

Noțiunile punct, dreaptă, plan vor fi reprezentate după cum urmează (figura a)):

Puncte **Drepte** **Plane**

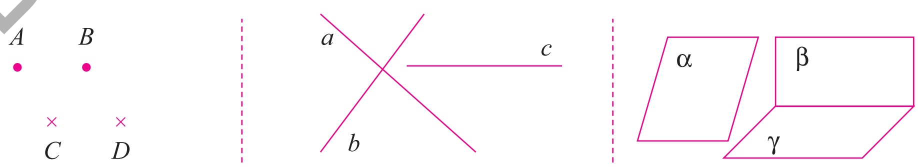


Fig. a)

* Citim: *A unu, d doi, alfa trei, ...*
† Citim: *A prim, d secund, alfa secund, ...*

Vom privi dreptele și planele ca **mulțimi de puncte** (figurile b) și c)).

Orice **figură geometrică** este văzută ca o **mulțime de puncte**. De exemplu, un triunghi este o mulțime de puncte (figura d)).

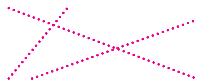


Fig. b)

Fig. c)

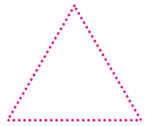
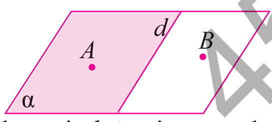


Fig. d)

• Se consideră un plan α, o dreaptă *d* situată în planul α și punctele *A* și *B* situate în planul α, de o parte și de alta a dreptei *d*, ca în figura alăturată.



Toate punctele *M* din planul α, situate de aceeași parte a dreptei *d* ca și punctul *A*, formează **semiplanul mărginit de dreapta *d*, care conține punctul *A***.

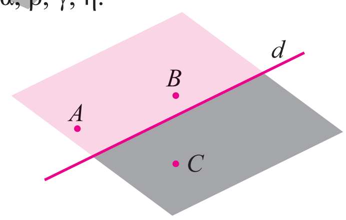
Toate punctele *N* din planul α, situate de aceeași parte a dreptei *d* ca și punctul *B*, formează **semiplanul mărginit de dreapta *d*, care conține punctul *B***.

Dreapta *d*, care separă planul α în două regiuni numite semiplane, este **frontiera** celor două semiplane.

Cele două semiplane se vor nota *dA* (semiplanul limitat de dreapta *d* și care conține punctul *A*) și *dB* (semiplanul limitat de dreapta *d* și care conține punctul *B*).

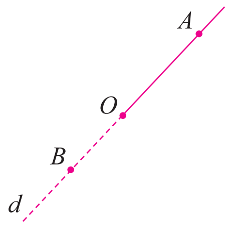
Semiplanele, ca și planele, se pot nota cu litere grecești: α, β, γ, η.

În figura alăturată, punctele *A* și *C*, respectiv *B* și *C* sunt situate **de o parte și de alta a dreptei *d***. Observăm că punctele *A* și *C*, respectiv *B* și *C* sunt situate în **semiplane diferite delimitate de dreapta *d***. În acest caz, se mai spune că **dreapta *d* separă punctele *A* și *C***, respectiv că **dreapta *d* separă punctele *B* și *C***.



• Se consideră o dreaptă *d*, un punct *O* situat pe această dreaptă și două puncte, *A* și *B*, situate de o parte și de alta a punctului *O*, ca în figura alăturată.

Toate punctele *M* ale dreptei *d*, situate de aceeași parte față de punctul *O*, formează o semidreaptă cu originea în *O*.

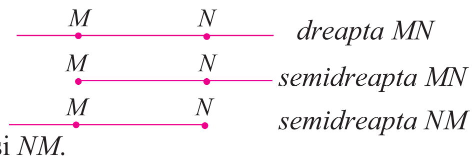


Observații:

• Orice punct situat pe o dreaptă este originea a două semidrepte. Punctul *O* de pe dreapta *d* este originea semidreptei notate *OA*, numită **semidreapta cu originea în punctul *O* care conține punctul *A***, și este originea semidreptei notate *OB*, numită **semidreapta cu originea în punctul *O* care conține punctul *B***.

• Dreapta *d* este **dreapta-suport** a celor două semidrepte.

Pentru a înțelege cât mai bine noțiunea de semidreaptă, analizăm cu atenție figura alăturată.



Dreapta *MN* este suportul semidreptelor *MN* și *NM*.

• Două semidrepte se numesc **semidrepte opuse** dacă au aceeași origine, aceeași dreaptă-suport și nu au puncte comune, exceptând originea (figura alăturată).

• Două semidrepte se numesc **semidrepte identice** sau **confundate**, dacă sunt îndeplinite simultan următoarele condiții:
– sunt situate pe aceeași dreaptă;
– au aceeași origine;
– au toate punctele comune.

• **Segmentul de dreaptă** este mulțimea tuturor punctelor unei drepte situate între două puncte distincte ale dreptei. Cele două puncte sunt **extremitățile** sau **capetele** segmentului.

• Pentru a realiza o figură geometrică avem nevoie de instrumente geometrice: riglă (gradată sau negradată), echer, raportor și compas.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Care sunt noțiunile geometrice fundamentale?

2. Cum se notează în geometrie punctele, dreptele și planele?

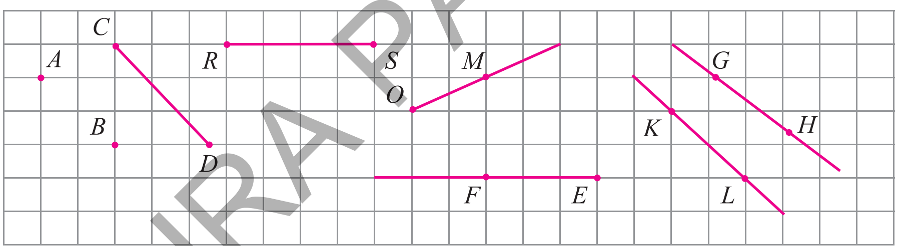
3. Desenați și notați corespunzător:
a) patru puncte; b) trei drepte; c) două plane.

4. Ce este o figură geometrică?

5. De ce instrumente aveți nevoie pentru a desena o figură geometrică?

6. Desenați două puncte M și N și apoi desenați segmentul care are ca extremități punctele M și N.

7. a) Desenați în caiet figura de mai jos.
b) Numiți punctele, dreptele, semidreptele și segmentele din figura de mai jos.



PE Aplicare și exersare **

8. Desenați o dreaptă CD. Colorați semidreptele CD și DC și stabiliți ce formează punctele comune celor două semidrepte.

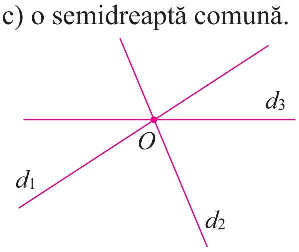
9. Desenați două segmente MN și PQ, astfel încât să nu aibă puncte comune, iar dreptele MN și PQ să coincidă.

10. Desenați două semidrepte AB și CD care să aibă:
a) un punct comun; b) un segment comun; c) o semidreaptă comună.

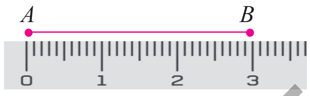
11. Se consideră trei puncte M, N, P, astfel încât $M \neq N$ și $N \neq P$. Stabiliți poziția punctului M față de punctul P.

12. Desenați o semidreaptă OM și un punct N pe această semidreaptă. Numiți altfel semidreapta OM.

13. a) Desenați în caiet figura alăturată.
b) Câte semidrepte cu originea în punctul O sunt în figură?



PE-PP 4. Distanţa dintre două puncte, lungimea unui segment. Segmente congruente



Se consideră două puncte distincte A, respectiv B și segmentul cu capetele în punctele A și B, ca în figura alăturată.

Măsurăm cu rigla gradată segmentul AB și obținem că lungimea segmentului AB este egală cu 3 cm. Notăm $AB = 3$ cm.

Prin **distanța dintre punctele *A* și *B*** înțelegem **lungimea segmentului *AB***.

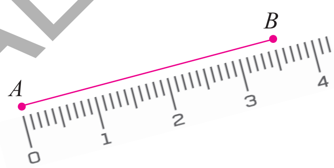
Lungimea unui segment se exprimă în metri sau în multiplii și submultiplii metrului.

Observaţii:

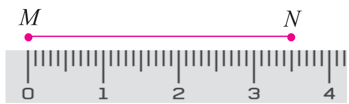
1. Dacă A și B sunt două puncte distincte, atunci notația AB se folosește pentru dreapta AB, pentru segmentul AB, pentru lungimea segmentului AB și pentru distanța dintre punctele A și B, în funcție de context.

2. Dacă punctele A, B, C sunt coliniare, în această ordine, atunci între lungimile segmentelor AB, BC, AC are loc relația: $AC = AB + BC$.

3. Dacă între lungimile segmentelor AB, BC, AC are loc relația: $AC = AB + BC$, atunci punctele A, B, C sunt coliniare în această ordine.



Două segmente care au aceeași lungime se numesc **segmente congruente**.



Segmentele AB și MN din figura alăturată au aceeași lungime, $AB = 3{,}5$ cm și $MN = 3{,}5$ cm. Spunem despre cele două segmente că sunt congruente și notăm $AB \equiv MN$.

- **Cum construim un segment *OC* congruent cu un segment dat *AB*, cu ajutorul unei rigle gradate:**

– măsurăm segmentul dat AB și $AB = 4$ cm (figura a));

– pe o semidreaptă OM așezăm rigla gradată astfel încât diviziunea care indică 0 cm să fie în dreptul punctului O; în dreptul diviziunii care indică 4 cm va fi celălalt capăt al segmentului, adică punctul C (figura b)).

Cum $OC = 4$ cm și $AB = 4$ cm, segmentul OC este congruent cu segmentul AB și notăm $OC \equiv AB$.

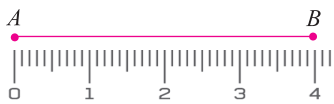


Fig. a)

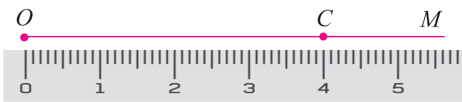


Fig. b)

- **Cum construim un segment *QR* congruent cu un segment dat *MN*, cu ajutorul riglei negradate și al compasului:**

– luăm între vârfurile compasului segmentul MN (figura c));

– fără a modifica deschiderea compasului, pe o semidreaptă QP, cu acul compasului în punctul Q, folosind vârful port mină, marcăm punctul R (figura d)).

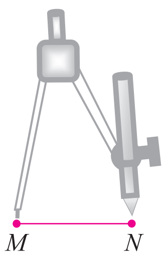


Fig. c)

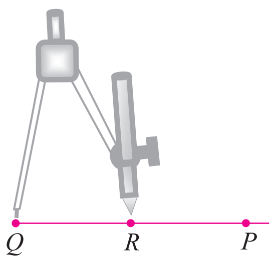


Fig. d)

Unitatea 2. Unghiul

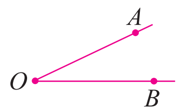
PE-PP 1. Unghi: definiţie, notaţii, elemente. Interiorul unui unghi. Exteriorul unui unghi

UNGHI: DEFINIŢIE, NOTAŢII, ELEMENTE

Cuvântul „unghi” provine din termenul latinesc „angulus” și are semnificația de „ungher” sau „colț”.

Numim **unghi** figura geometrică formată din **două semidrepte** care au **aceeași origine**.

Cele două semidrepte se numesc **laturile unghiului**, iar originea lor comună se numește **vârful unghiului**.

Desenăm	Notăm	Citim
	$\sphericalangle AOB$, $\widehat{AOB}$ $\sphericalangle BOA$, $\widehat{BOA}$ $\sphericalangle O$, $\hat{O}$	unghiul *AOB* unghiul *BOA* unghiul *O*

Observaţii:

a) În citirea unui unghi cu trei litere, litera din mijloc trebuie să fie originea comună a celor două semidrepte.

b) Cele două puncte *A* și *B* care ne ajută să citim unghiul pot ocupa orice loc pe cele două semidrepte. Ele vor fi fixate dacă se precizează lungimea segmentelor *OA* și *OB*.

c) Dacă punctul *M* este situat pe semidreapta *OA* și *N* este un punct situat pe semidreapta *OB*, atunci unghiul *MON* este identic cu unghiul *AOB*.

Identificarea unui unghi constă în a-i preciza: **vârful unghiului** și **laturile unghiului**. În figura anterioară, vârful unghiului este punctul *O*, iar laturile unghiului sunt semidreptele *OA* și *OB* cu aceeași origine.

Unghiul ale cărui laturi sunt semidrepte opuse se numește **unghi alungit** sau **unghi cu laturile în prelungire**.

Unghiul *MON* din figura a) este un unghi alungit, deoarece semidreptele *OM* și *ON* sunt semidrepte opuse determinate de punctul *O* pe dreapta *MN*.

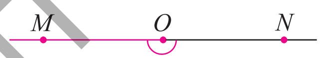


Fig. a)

Fig. b)

Unghiul ale cărui laturi se suprapun (cele două semidrepte care formează unghiul sunt identice) se numește **unghi nul**.

Unghiul *ABC* din figura b) este un unghi nul, deoarece semidreptele *BA* și *BC* sunt identice.

Observaţii:

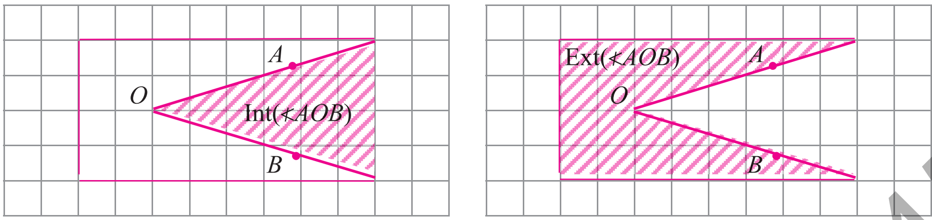
a) Trei puncte distincte *A*, *O* și *B* pentru care unghiul *AOB* este alungit sau nul sunt puncte **coliniare**.

b) Un unghi care nu este nici nul și nici alungit se numește **unghi propriu**.

Unghiul nul și unghiul alungit sunt **unghiuri improprii**.

INTERIORUL UNUI UNGHI. EXTERIORUL UNUI UNGHI

Considerăm un unghi *AOB*. Unghiul *AOB* delimitează două regiuni ale planului: **interiorul unghiului** și **exteriorul unghiului**.

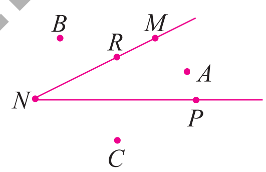


Interiorul unghiului *AOB*, notat Int($\sphericalangle AOB$), este format din toate punctele care se află atât în semiplanul delimitat de dreapta *OA* care conține punctul *B*, cât și în semiplanul delimitat de dreapta *OB* care conține punctul *A*.

Punctele care se află pe laturile unghiului sunt puncte ale unghiului, puncte care **aparțin unghiului**.

Exteriorul unghiului *AOB*, notat Ext($\sphericalangle AOB$), este format din toate punctele care nu aparțin nici laturilor unghiului și nici interiorului unghiului.

În figura alăturată avem desenat un unghi propriu *MNP* și:
- punctul *R* aparține unghiului *MNP*;
- punctul *A* este interior unghiului *MNP*;
- punctele *B* și *C* sunt exterioare unghiului *MNP*.



Reținem!

- Figura geometrică formată din două semidrepte care au aceeași origine se numește **unghi**.
- **Elementele unghiului** sunt:
  - originea comună a celor două semidrepte, numită **vârful unghiului**;
  - cele două semidrepte, numite **laturile unghiului**.
- Un punct oarecare poate:
  - să se afle pe laturile unghiului;
  - să fie interior unghiului;
  - să fie exterior unghiului.
- Dacă semidreptele care formează unghiul sunt semidrepte opuse, atunci unghiul este **unghi alungit**.
- Dacă semidreptele care formează unghiul coincid, atunci unghiul este **unghi nul**.
- Unghiul nul și unghiul alungit sunt **unghiuri improprii**.
- Un unghi care nu e nici unghi nul și nici unghi alungit se numește **unghi propriu**.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.
a) Un unghi este ....
b) Elementele unui unghi sunt ....